

## الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

دورة: جوان 2013

وزارة التربية الوطنية

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي

الشعب: آداب وفلسفة + لغات أجنبية

المدة: 02 سا و 30 د

اختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

### الموضوع الأول

التمرين الأول: (06 نقاط)

( $v_n$ ) متتالية هندسية حدّها الأول  $v_0 = 2$  وأساسها 3.

1- أ) عبّر عن  $v_n$  بدلالة  $n$ .

ب) احسب بدلالة  $n$  الفرق  $v_{n+1} - v_n$ ، ثم استنتج اتجاه تغيّر المتتالية ( $v_n$ ).

2- نضع، من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم  $n$ :  $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_{n-1}$ .

أ) احسب بدلالة  $n$  المجموع  $S_n$ .

ب) عيّن قيمة العدد الطبيعي  $n$  بحيث:  $S_n = 80$ .

ج) أثبت بالتراجع أنّه، من أجل كل عدد طبيعي  $n$ ، العدد  $3^n - 1$  يقبل القسمة على 2.

التمرين الثاني: (06 نقاط)

1- هل العددين 2013 و 718 متوافقان بترديد 7 ؟

2- أ) عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد  $4^6$  على 7.

ب) استنتج أنّه، من أجل كل عدد طبيعي  $n$ :  $4^{6n} - 1 \equiv 0[7]$ .

3- أ) عيّن باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين 2013 و 718 على 7.

ب) بيّن أنّه، من أجل كل عدد طبيعي  $n$ ، العدد  $3 \times 718^{6n} + 2013$  يقبل القسمة على 7.

4- أ) تحقّق أنّ:  $1434 \equiv -1[7]$ .

ب) عيّن الأعداد الطبيعية  $n$ ، الأصغر من 25، بحيث:  $1434^{2n} + n \equiv 0[7]$ .

**التمرين الثالث: (08 نقاط)**

في الشكل المقابل، المنحنى  $(C)$  هو التمثيل البياني للدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:

$$f(x) = x^3 - 4x^2 + 4x$$

والمستقيم  $(\Delta)$  هو مماس للمنحنى  $(C)$  عند مبدأ المعلم  $O$ ، حيث:  $y = g(x)$  معادلة له.

I) بقراءة بيانية، عيّن:

1- عدد نقط تقاطع المنحنى  $(C)$  مع حامل محور الفواصل.

2- إشارة  $f(x)$  على  $\mathbb{R}$ .

3- عدد حلول المعادلة:  $f(x) = g(x)$

II) باستعمال عبارة الدالة  $f$ :

1- أ) احسب نهاية الدالة  $f$  عند  $-\infty$  وعند  $+\infty$ .

ب) احسب  $f'(x)$ ، ثم ادرس إشارتها.

ج) شكّل جدول تغيرات الدالة  $f$ .

2- أ) أثبت أنه، من أجل كل عدد حقيقي  $x$ :

$$f(x) = x(x-2)^2$$

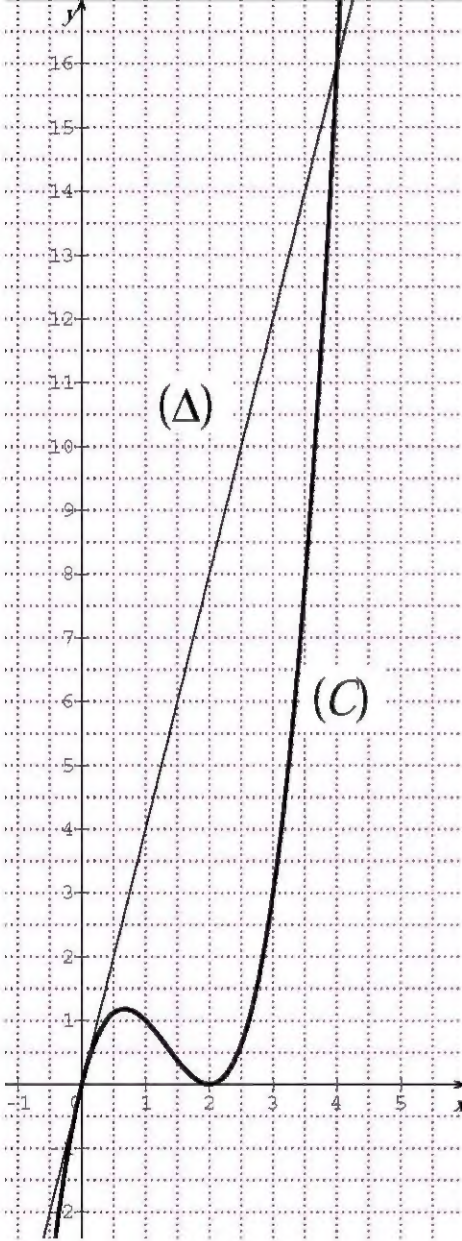
ب) عيّن إحداثيات نقط تقاطع المنحنى  $(C)$  مع حامل محور الفواصل.

3- أ) بيّن أن:  $g(x) = 4x$ .

ب) عيّن فواصل نقط تقاطع  $(C)$  مع  $(\Delta)$ .

4- بيّن أن،  $(C)$  يقبل نقطة انعطاف فاصلتها  $\frac{4}{3}$ .

5- عيّن بيانياً، مجموعة قيم الوسيط الحقيقي  $m$ ، التي من أجلها تقبل المعادلة  $f(x) = m$  ثلاثة حلول متميزة.



## الموضوع الثاني

### التمرين الأول: (06 نقاط)

- ( $u_n$ ) متتالية حسابية حدّها الأول  $u_0$  وأساسها 5 بحيث:  $u_0 + u_1 + u_2 + u_3 = 34$  .
- 1- احسب  $u_0$  .
  - 2- بيّن أنّه، من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $u_n = 5n + 1$  .
  - 3- عيّن العدد الطبيعي  $n$  بحيث:  $u_{n+1} + u_n - 8n = 4033$  .
  - 4- احسب المجموع:  $S = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{2013}$  .
  - 5- المتتالية العددية ( $v_n$ ) معرفة على  $\mathbb{N}$  بالعلاقة:  $v_n = 2u_n + 1$  .  
أ) ادرس اتجاه تغيّر المتتالية ( $v_n$ ) .  
ب) احسب المجموع:  $S' = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_{2013}$  .

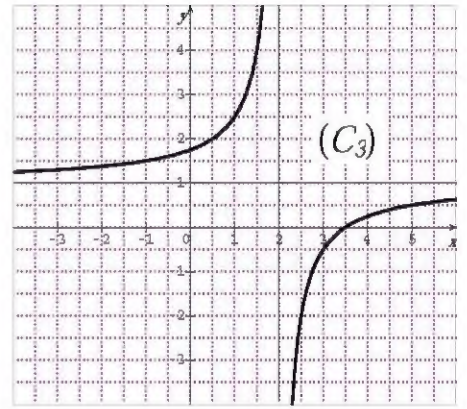
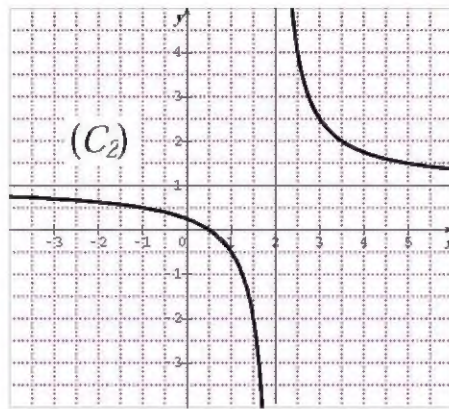
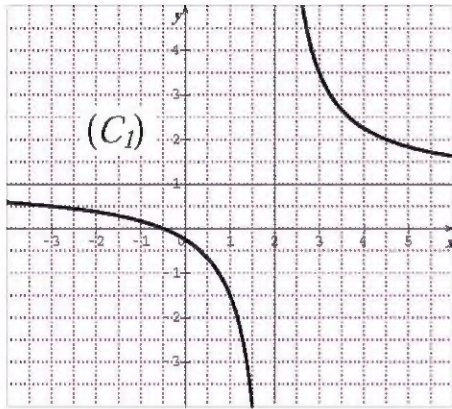
### التمرين الثاني: (06 نقاط)

- $a$  و  $b$  عدنان صحيحان حيث:  $a \equiv 2[7]$  و  $b \equiv 6[7]$  .
- 1- عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد  $3a + b$  على 7 .
  - 2- عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد  $a^2 + 3b^2$  على 7 .
  - 3- أ) تحقّق أنّ:  $b \equiv -1[7]$  .  
ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية لكلّ من العددين  $b^{2013}$  و  $b^{1434}$  على 7 .
  - 4- عيّن الأعداد الطبيعية  $n$  بحيث:  $(a + b)^n + n \equiv 0[7]$  .

### التمرين الثالث: (08 نقاط)

- $f$  الدالة المعرفة على  $]-\infty; 2[ \cup ]2; +\infty[$  بالعلاقة:  $f(x) = \frac{2x-1}{2x-4}$  و  $(C)$  المنحنى البياني الممثل لها في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  .
- 1- بيّن أنّه، من أجل كل  $x$  من  $]-\infty; 2[ \cup ]2; +\infty[$  ،  $f(x) = 1 + \frac{3}{2x-4}$  .
  - 2- هل النقطة  $A\left(1; -\frac{1}{2}\right)$  تنتمي إلى  $(C)$  ؟

- 3- أ) احسب نهايات الدالة  $f$  عند أطراف مجالي مجموعة تعريفها.  
 ب) استنتج أن  $(C)$  يقبل مستقيمين مقاربين يطلب تعيين معادلة لكل منهما.  
 4- احسب  $f'(x)$  ، ثم شكّل جدول تغيّرات الدالة  $f$ .  
 5- جد فواصل نقط المنحنى  $(C)$ ، التي يكون معامل توجيه المماس عندها يساوي  $-\frac{3}{2}$ .  
 6- جد إحداثيات نقط تقاطع  $(C)$  مع كل من حامل محور الفواصل وحامل محور الترتيب.  
 7- عيّن، مع التبرير، المنحنى  $(C)$  من بين المنحنيات  $(C_1)$  ،  $(C_2)$  ،  $(C_3)$  الممثلة أدناه.



العلامة		عناصر الإجابة
مجموع	مجزأة	
<b>الموضوع الأول</b>		
<b>التمرين الأول: (06ن)</b>		
2.5	1	1 (أ) $v_n = v_0 q^n$ أي $v_n = 2.3^n$ .....
	0.5+1	ب) $v_{n+1} - v_n = 2.3^{n+1} - 2.3^n = 4.3^n$ بما أن: $v_{n+1} - v_n > 0$ فإن $(v_n)$ متزايدة تماماً .....
3.5	1+0.5	2 (أ) المجموع $S_n = v_0 \frac{1-q^{n+1}}{1-q}$ أي $S_n = 2 \frac{1-3^{n+1}}{1-3} = 3^{n+1} - 2$ ومنه: $S_n = 3^n - 1$ .....
	2×0.5	ب) $S_n = 80$ أي $3^n - 1 = 80$ ، $3^n = 81$ ، ومنه $n = 4$ .....
	0.75+0.25	جـ) التحقق من أجل $n = 0$ ثم التوريث .....
<b>التمرين الثاني: (06ن)</b>		
1	1	1. العددان متوافقان بترديد $7 \times 185 = 1295$ ، $2013 - 718 = 1295$ (تقبل أي طريقة صحيحة) .....
1.25	0.5	2. (أ) $4^6 \equiv 1[7]$ الباقي 1 .....
	0.75	ب) $4^{6n} - 1 \equiv 0[7]$ .....
1.5	2×0.5	3. (أ) $718 \equiv 4[7]$ و $2013 \equiv 4[7]$ .....
	0.5	ب) $3 \times 718^{6n} + 2013 \equiv 3 \times 4^{6n} + 4[7]$ ومنه: $3 \times 718^{6n} + 2013 \equiv 0[7]$ ...
2.25	0.5	4. (أ) التحقق من أن $1434 \equiv -1[7]$ .....
	2×0.5	ب) $1434^{2n} \equiv 1[7]$ و $n \equiv 6[7]$ أو $n = 7k + 6$ .....
	0.75	$n \in \{6, 13, 20\}$ .....
<b>التمرين الثالث : (08ن)</b>		
1.5	0.5	I (1) عدد نقط تقاطع $(C_f)$ مع محور الفواصل هو 2 .....
	0.5	2) إشارة $f(x)$ على $\mathbb{R}$ : إذا كان: $x \leq 0$ فإن: $f(x) \leq 0$ وإذا كان: $x \geq 0$ فإن: $f(x) \geq 0$ ...
	0.5	3) عدد حلول المعادلة: $f(x) = g(x)$ هو حلان .....
3	2×0.5	II (1) (أ) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ ; $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ .....
	1+0.5	ب) حساب $f'(x) = 3x^2 - 8x + 4$ : إشارة $f'(x)$ : $f'(x) \geq 0$ : $x \in [2; +\infty[$ ، $f'(x) < 0$ و $x \in ]-\infty; \frac{2}{3}]$ ، $x \in ]\frac{2}{3}; 2]$ .....
	0.5	جـ) جدول تغيرات الدالة $f$ : .....

1.5	0.5	(2) أ) التحقق أن: $f(x) = x(x-2)^2$ .....
	2×0.25	ب) التقاطع مع محور الفواصل $O(0;0)$ و $A(2;0)$ .....
	0.5	(3) أ) تبيان أن: $g(x) = 4x$ .....
2	0.75	ب) تعيين فواصل نقاط تقاطع (C) مع (Δ): $x^2(x-4)=0$ ، $x=0$ أو $x=4$ .....
	0.75	(4) $f'(x) = 6x - 8$ ، $x = \frac{4}{3}$ ، إشارة $f'(x)$ .....
	0.5	(5) $m \in \left] 0; \frac{32}{27} \right[$ .....
<u>الموضوع الثاني</u>		
<u>التمرين الأول: (06ن)</u>		
2	1.5	1. $4u_0 + 30 = 34$ ومنه $u_0 = 1$ .....
	0.5	2. $u_n = 1 + 5n$ .....
1	1	3. $n = 2013$ .....
1	1	4. $S = \frac{2014}{2}(u_0 + u_{2013})$ ومنه $S = 10137469$ .....
1	0.5+0.5	5. أ) $v_{n+1} - v_n = 10$ أي $(v_n)$ متزايدة تماما. ....
1	1	ب) $S' = 2S + 2014$ ومنه $S' = 20276951$ .....
<u>التمرين الثاني: (06ن)</u>		
1	1	1. $3a \equiv 6[7]$ و $3a + b \equiv 12[7]$ ومنه $3a + b \equiv 5[7]$ .....
1.5	3×0.5	2. $a^2 \equiv 4[7]$ و $3b^2 \equiv 3[7]$ ومنه $a^2 + 3b^2 \equiv 7[7]$ أي $a^2 + 3b^2 \equiv 0[7]$ ....
1.5	0.5	3. أ) التحقق: $b \equiv -1[7]$ .....
	2×0.5	ب) $b^{2013} \equiv 6[7]$ و $b^{1434} \equiv 1[7]$ .....
2	2×0.5	4. لدينا: $a + b \equiv 1[7]$ ومنه $(a+b)^n \equiv 1[7]$ .....
	0.5	وبالتالي: $(a+b)^n + n \equiv 0[7]$ يكافئ $1 + n \equiv 0[7]$ .....
	0.5	أي: $n = 7k + 6$ مع $k \in \mathbb{N}$ .....



التمرين الثالث: ( 08 ن )		
0.5	0.5	..... $f(x) = 1 + \frac{3}{2x-4}$ (1)
0.5	0.5	..... $A \in (C)$ : إذن $f(1) = -\frac{1}{2}$ (2)
		..... $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1$ (3)
1	4×0.25	..... $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -\infty$
0.5	2×0.25	..... ب) المستقيمان المقاربان: $y = 1$ ، $x = 2$
1	1	..... $f'(x) = \frac{-6}{(2x-4)^2}$ (4)
0.5	2×0.25	..... من أجل كل $x \neq 2$ $f'(x) < 0$ و منه: $f$ متناقصة تماما
0.5	0.5	..... جدول التغيرات:
1.5	3×0.5	..... $f'(x) = -\frac{3}{2}$ معناه: $x = 1$ أو $x = 3$ (5)
		توجد نقطتان من $(C)$ يكون فيهما معامل توجيه المماس يساوي $-\frac{3}{2}$ .
1	0.5	..... التقاطع مع محور الفواصل: $E\left(\frac{1}{2}; 0\right)$ (6)
	0.5	..... التقاطع مع محور الترتيب: $F\left(0; \frac{1}{4}\right)$
1	1	..... (7) $(C)$ هو $(C_2)$ لأن: مثلا $f$ متناقصة وتمر من النقطة $\left(\frac{1}{2}; 0\right)$